Secondaire-Fonctions

Ophysis.net

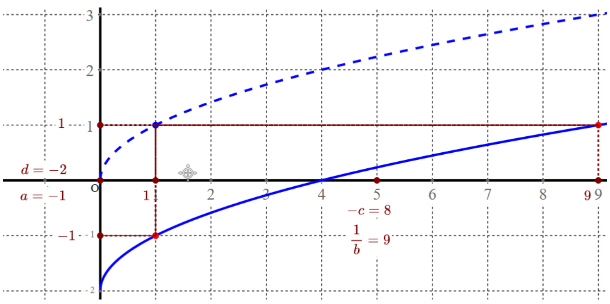
Transformations élémentaires des fonctions

# 1 Translations

## 1.1 Additionner un nombre $d$ à l'image : $g(x) = f(x) + d$

Posons $y = f(x)$. Cette égalité signifie que le point $(x; y) \in G_f$.
De plus, l'égalité $g(x) = f(x) + d$ signifie alors que $(x; y + d) \in G_g$.
On passe donc d'un point du graphe de $f$ à un point du graphe de $g$ par une **translation verticale (T.V.) de** $d$.

Exemple avec $f(x) = \sqrt{x}$




**Transformation algébrique :** $g(x) = \sqrt{x} - 2$

$(x; y) \in G_f$ devient $(x; y - 2) \in G_g$

**Transformation géométrique :** T.V. de d=-2

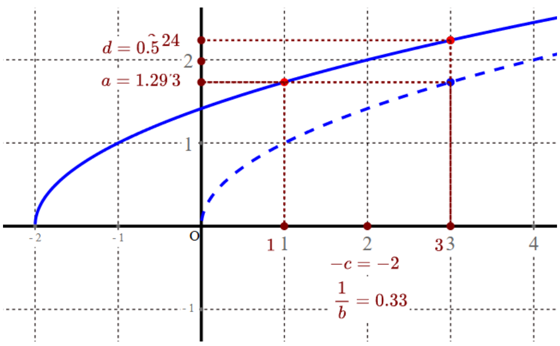
dom $f = [0; +\infty[$ **reste** dom $g = [0; +\infty[$

im $f = [0; +\infty]$ **devient** im $g = [-2; +\infty]$

## 1.2 Additionner un nombre $c$ à la variable : $g(x) = f(x + c)$

Posons $y = f(x + c)$. Cette égalité signifie que le point $(x + c; y) \in G_f$.
De plus, l'égalité $g(x) = f(x + c)$ signifie alors que $(x; y) \in G_g$.
On passe donc d'un point du graphe de $f$ à un point du graphe de $g$ par une **translation horizontale (T.H.) de** $-c$.

Exemple avec $f(x) = \sqrt{x}$




**Transformation algébrique :**
$g(x) = f(x + 2) = \sqrt{x + 2}$

$(x + 2; y) \in G_f$ devient $(x; y) \in G_g$

**Transformation géométrique :** T.H. de -2

dom $f = [0; +\infty[$ **devient** dom $g = [-2; +\infty[$

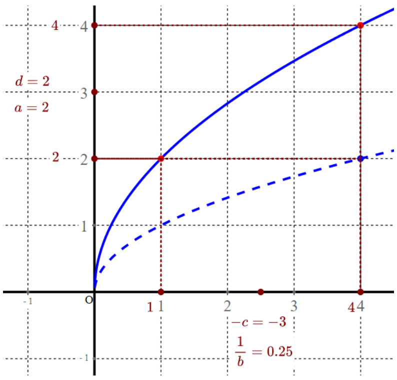
im $f = [0; +\infty]$ **reste** im $g = [0; +\infty]$

# 2 Étirements (ou dilatations)

## 2.1 Multiplier par un nombre $a$ l'image : $g(x) = a \cdot f(x)$

Posons $y = f(x)$. Cette égalité signifie que le point $(x; y) \in G_f$.
Puisque $g(x) = a \cdot f(x)$, on en déduit que $(x; a \cdot y) \in G_g$.
On passe d'un point du graphe de $f$ à un point du graphe de $g$ par un **étirement vertical (E.V.) de** $a$.

Exemple avec $f(x) = \sqrt{x}$




**Transformation algébrique :** $g(x) = 2\sqrt{x}$

$(x; y) \in G_f$ devient $(x; 2y) \in G_g$

**Transformation géométrique :** E.V. de 2

dom $f = [0; +\infty[$ **reste** dom $g = [0; +\infty[$

im $f = [0; +\infty]$ **devient** im $g = [0; +\infty]$

## 2.2 Multiplier par nombre $b$ la variable : $g(x) = f(b \cdot x)$

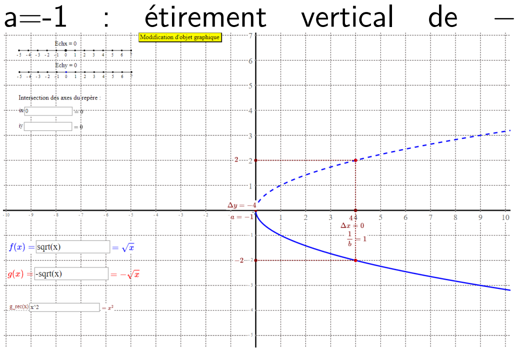
Posons $y = f(b \cdot x)$. Cette égalité signifie que le point $(b \cdot x; y) \in G_f$.
Puisque $g(x) = f(b \cdot x)$, on en déduit que $(x; y) \in G_g$.
On passe d'un point du graphe de $f$ à un point du graphe de $g$ par un **étirement horizontale (E.H.) de** $\frac{1}{b}$.

Exemple avec $f(x) = \sqrt{x}$

Puisque $g(x) = 2\sqrt{x} = \sqrt{4}\sqrt{x} = \sqrt{4x}$, un étirement vertical de 2 peut aussi s'interpréter comme un étirement horizontal de $\frac{1}{4}$. C'est bien ce que l'on observe sur le graphique ci-dessus.

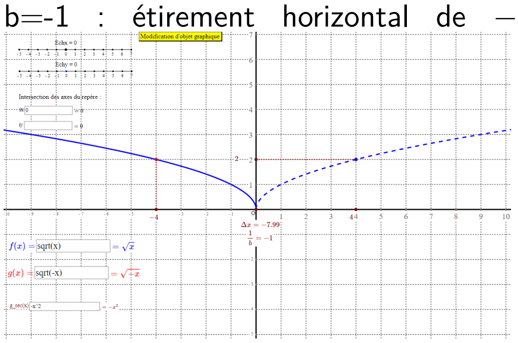
## 2.3 Cas particulier des symétries orthogonales S.O.

a=−1 : étirement vertical de $-1$



S.O. d'axe $Ox$ d'équation $y = 0$

b=−1 : étirement horizontal de $-1$



S.O. d'axe $Oy$ d'équation $x = 0$