

Droite - Distance - Cercle

Lien vers vidéo « Introduction au chapitre de géométrie analytique plane de 4ème secondaire Belge » : <https://youtu.be/EdUWHkx1GPA>

1 Le plan

1.1 Approche expérimentale

Nous abordons **la géométrie plane** comme **une science expérimentale**.

Nous apprendrons à utiliser le logiciel **MathGraph32** pour faire **des expériences** de géométrie.

1.2 Ensembles de points

Un plan, nommons le $\mathcal{P}$, est un ensemble de points.

Tous les objets géométriques que nous considérons (segments de droite, droites, cercles, triangles, ...) sont **des sous-ensembles (des parties)** de $\mathcal{P}$.

Pour **nommer des points**, nous utiliserons des **lettres majuscules** : $A, B, C, \dots$

Nous notons $A \in \mathcal{P}$ pour dire que le point A **appartient à** l'ensemble $\mathcal{P}$.

1.3 Notre « terrain de jeu » est une partie (sous-ensemble) du plan $\mathcal{P}$

Nous supposons que notre feuille de papier, posée sur la table (une surface plane), constitue une partie (sous-ensemble) du plan $\mathcal{P}$.

De même, la fenêtre de travail du logiciel **MathGraph32** constitue aussi une partie du plan $\mathcal{P}$ (en espérant que vous n'utilisez pas un écran incurvé...).

2 La droite

2.1 Le fil tendu

Un **fil tendu** à ses deux extrémités permet d'imaginer ce que les mathématiciens appelle un **segment de droite**.

Pour cela, il faut que **l'épaisseur du fil soit négligeable par rapport à sa longueur**.

En effet, le mathématicien considère qu'un **segment de droite a seulement une longueur, pas du tout d'épaisseur**.

2.2 Notation

$[AB]$ est le segment de droite ayant pour extrémités les points A et B .

2.3 Droite

Un segment de droite est un sous-ensemble (une partie) d'un ensemble de points plus grand appelé **droite**. Une droite n'a pas d'extrémités.

Propriété 1 : Droite

Par deux points distincts, il passe une droite et une seule.

Le contraire de **distincts** est **confondus**. A et B confondus signifie que $A = B$.
 A et B sont alors deux noms différents pour un même point.

2.4 Notation et vocabulaire

Considérons deux points distincts A et B . Nous pouvons appeler AB l'unique droite qui passe par A et B .

Quand on dit qu'une droite d passe par un point A , cela signifie que le point A appartient à la droite d . Cela se note $A \in d$.

$\in$ est le symbole d'appartenance.

$A \in d$ signifie que le point A appartient à un ensemble de points d , plus précisément la droite d .

Remarquons que si A et B sont des points de d , alors $d = AB$ car il n'y a qu'une seule droite qui passe par A et B . Mathématiquement, cela s'écrit :

$$A \in d \text{ ET } B \in d \Rightarrow d = AB.$$

Quand on écrit $d = AB$, cela signifie que $d \subset AB$ ET $AB \subset d$.

Tout point de la droite d est un point de la droite AB ET tout point de la droite AB est un point de la droite d .

Le mathématicien considère qu'une droite n'a pas d'extrémités ou plus précisément, que ses deux extrémités se situent « à l'infini ».

2.5 Inclusion et Implication

Propriété 2 : Droite et Plan

Si une droite a deux points distincts en commun avec un plan, alors elle est incluse dans ce plan.

Cela signifie par exemple que si A et B sont deux points du plan $\mathcal{P}$, alors tout point de la droite AB est aussi un point du plan $\mathcal{P}$.

Mathématiquement : $A \in \mathcal{P}$ ET $B \in \mathcal{P} \Rightarrow AB \subset \mathcal{P}$

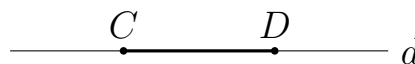
$\subset$ est le symbole d'inclusion.

Propriété 3 : Droite et segment de droite

Si une droite d passe par deux points C et D , alors d contient le segment de droite $[CD]$.

Mathématiquement :

$C \in d$ ET $D \in d \Rightarrow [CD] \subset d$



$[CD] \subset d$ se lit « le segment $[CD]$ est inclus dans la droite d ». Cela signifie que **tout point** du segment $[CD]$ est aussi un point de la droite d : $M \in [CD] \Rightarrow M \in d$.
 $[CD]$ est un sous-ensemble (une partie) de la droite d .

$\Rightarrow$ est le symbole d'implication.

$M \in [CD] \Rightarrow M \in d$ se lit **SI** $M \in [CD]$ **ALORS** $M \in d$.

2.6 Outils pour construire des droites

Deux points A et B du plan $\mathcal{P}$ étant donnés, une règle permet de construire l'unique droite passant par ces deux points (ou plus précisément une partie de cette droite puisque nous ne savons pas aller jusqu'à l'infini ...).

MathGraph32 permet de construire des points et des droites.

3 Distance entre deux points

3.1 Notation

On note $|AB|$ la distance entre les points A et B .

3.2 Propriétés fondamentales

Considérons deux points A et B quelconques, $|AB|$ est **un nombre réel positif** qui indique combien de fois l'unité de distance (voir la vidéo en fin de document) est contenue dans la distance entre A et B :

$$1) |AB| = 0 \Leftrightarrow A = B$$

$$2) |AB| = |BA|$$

3) Pour tout point M , $|AB| \leq |AM| + |MB|$ **Inégalité triangulaire**

4) $|AB| = |AM| + |MB| \Leftrightarrow M \in [AB]$ **Propriété fondamentale pour graduer une droite**

3.3 Le symbole d'équivalence

$\Leftrightarrow$ est le symbole d'équivalence.

Ce symbole relie deux propositions (phrases mathématiques), pouvant être vraies ou fausses. Il signifie que si l'une d'elle est vraie, l'autre est aussi vraie.

Nous l'utiliserons abondamment.

4 Cercle

4.1 Le compas

Un compas est un outil qui permet de mémoriser la distance entre deux points et de la reporter en un autre lieu.

4.2 Outils pour construire un cercle

De même qu'une règle permet de construire une ligne droite, un compas permet de construire un cercle.

MathGraph32 permet de construire des cercles.

4.3 Cercle

Un point A et une distance r étant donnés, le cercle de centre A et de rayon r est l'ensemble des points M du plan $\mathcal{P}$ tels que $|AM| = r$.

Mathématiquement, cela s'écrit :

$\mathcal{C}(A; r) = \{M \in \mathcal{P}, |AM| = r\}$ la virgule « , » se lit « tels que »

ou encore (étant sous-entendu que $M \in \mathcal{P}$) :

$M \in \mathcal{C}(A; r) \Leftrightarrow |AM| = r$

5 Unité de longueur - Mesure d'une distance

Voir vidéo : <https://youtu.be/nHUZBdhVoz0>