

Nom :

Prénom :

Classe :



I4C : Second degré

/ 20

1 Connaître - Appliquer

/9

1.1

/5

Détermine les caractéristiques (concavité et allure du graphe, sommet, axe de symétrie, zéros éventuels, tableau de signe, tableau de variation) des fonctions suivantes :

a) $f(x) = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + 3$

c) $f(x) = 2(x-1)(x+5)$

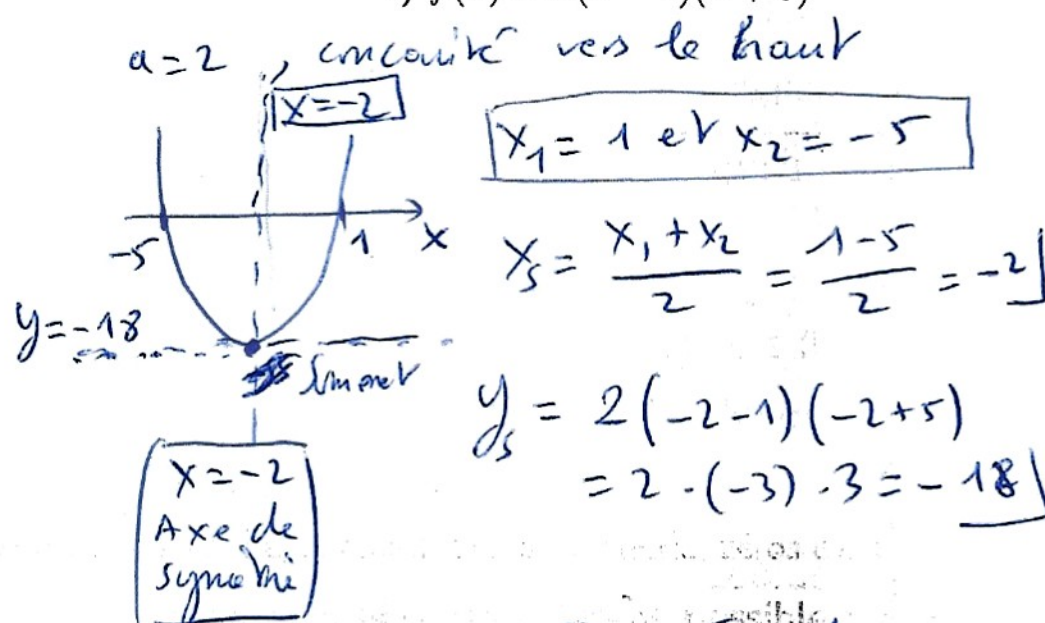
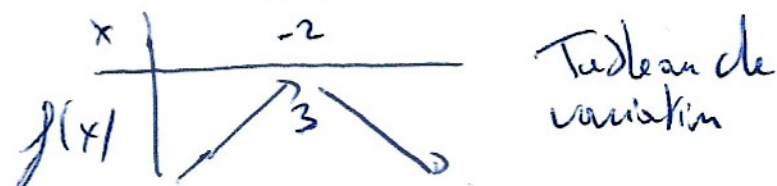
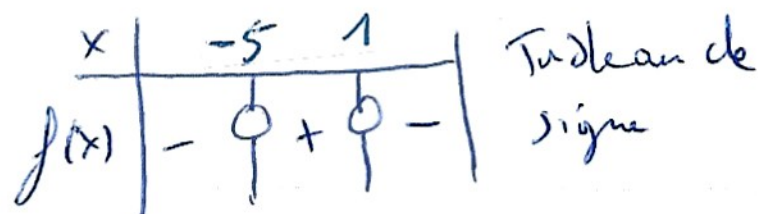
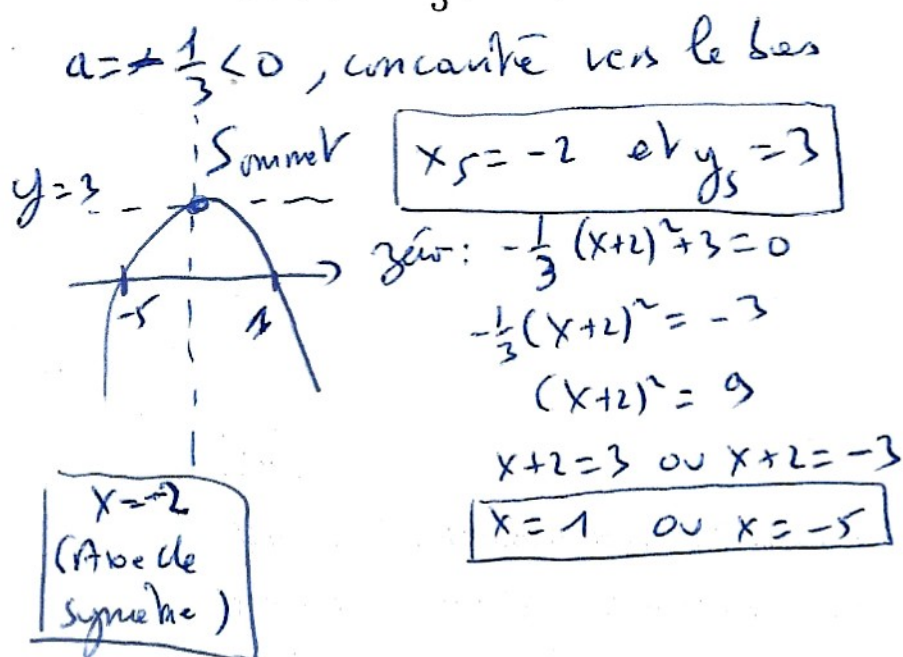


Tableau de signe

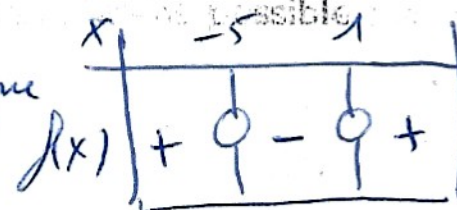
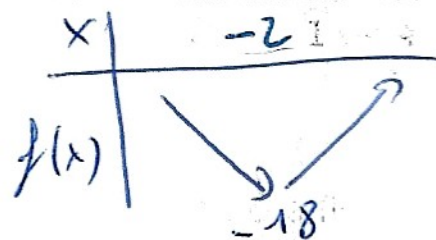


Tableau de variation

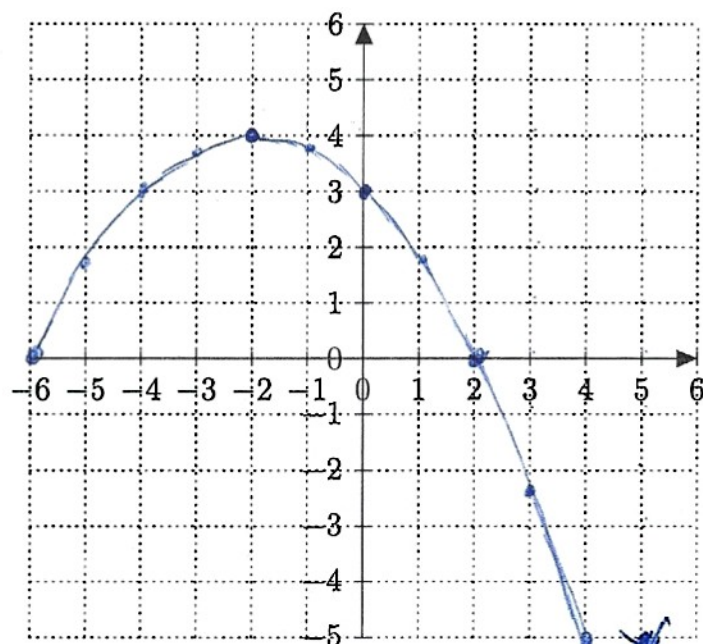
**1.2**

/4

Après avoir déterminé les principales caractéristiques (concavité, sommet, axe de symétrie, zéros éventuels) de la fonction f définie par $f(x) = -\frac{x^2}{4} - x + 3$, trace le plus précisément possible son graphe sur le quadrillage ci-après.

$a = -\frac{1}{4}$; $b = -1$ et $c = 3$

$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2 \cdot (-\frac{1}{4})} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$



$$y_s = -\frac{(-2)^2}{4} - (-2) + 3 = -\frac{4}{4} + 2 + 3 = -1 + 5 = 4$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$\text{si } x=1, y = -\frac{1}{4} \cdot 1^2 = -\frac{1}{4}$$

$$\text{si } x=2, y = -\frac{1}{4} \cdot 2^2 = -1$$

$$\text{si } x=3, y = -\frac{1}{4} \cdot 3^2 = -\frac{9}{4} = -2,25$$

$$\text{si } x=4, y = -\frac{1}{4} \cdot 4^2 = -\frac{16}{4} = -4$$

$$\rightarrow \text{zéros : } \{-6; 2\}$$

$$\text{si } x=5, y = -\frac{1}{4} \cdot 5^2 = -6,25$$

$$x=6 \rightarrow y = -\frac{1}{4} \cdot 6^2 = -\frac{36}{4} = -9$$

2 Appliquer - Transférer

/11

2.1 Résous les équations suivantes le plus efficacement possible

/4

a) $4(x+1)^2 - 1 = 0$

$$4(x+1)^2 = 1$$

$$(x+1)^2 = \frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$x+1 = \frac{1}{2} \text{ ou } x+1 = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} - 1 \text{ ou } x = -\frac{1}{2} + 1$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{1}{2}$$

b) $-(3x-2)(2x-5) = 0$

$$3x-2=0 \text{ ou } 2x-5=0$$

$$3x=2 \text{ ou } 2x=5$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{2}{3}; \frac{5}{2} \right\}$$

c) $x(x+1) = 2x+2$

$$x(x+1) - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x+1=0 \text{ ou } x-2=0$$

$$x = -1 \text{ ou } x = 2$$

$$S = \{-1; 2\}$$

d) $\frac{2x-1}{x+1} = x-1$

CE: $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

En multipliant par $x+1$ chaque membre

$$2x-1 = (x-1)(x+1)$$

$$2x-1 = x^2-1$$

$$2x = x^2$$

$x=0$ est une solution évidente

En disant par $x \neq 0$

$$S = \{0; 2\}$$

$$S = \{0; 2\}$$

OU ALORS

$$x^2-2x=0$$

$$x(x-2)=0$$

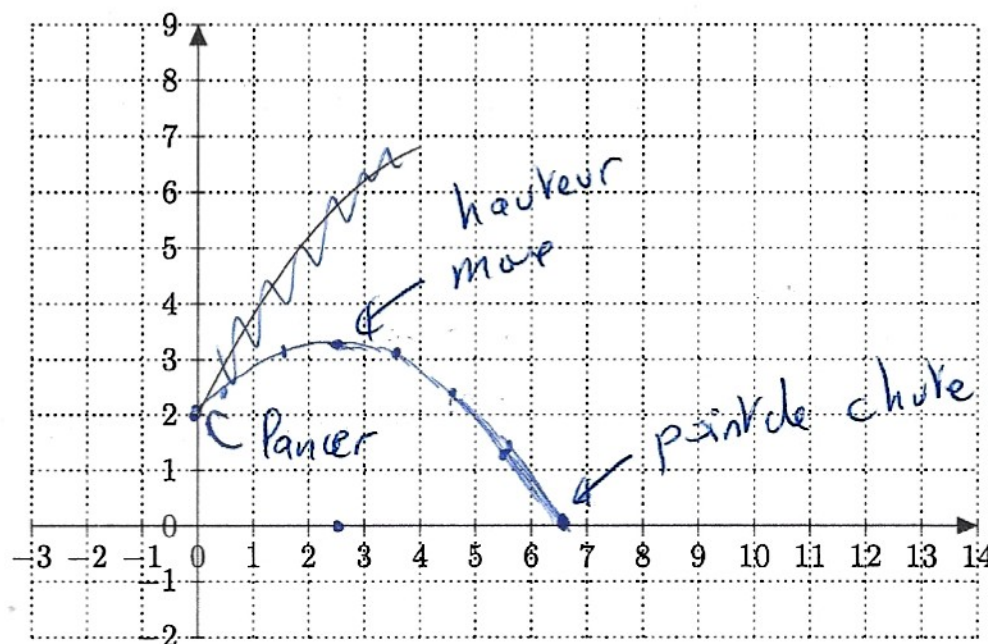
$$x=0 \text{ ou } x=2$$

OU ALORS

2.2

/3

Un objet est lancé d'une hauteur $y = 2$ mètres. Le début de sa trajectoire est représentée ci-dessous.



COMPLÉMENT $a = -\frac{1}{5}$

$$x=1 \rightarrow y = -\frac{1}{5}$$

$$x=2 \rightarrow y = -\frac{1}{5} \cdot 2^2 = -\frac{4}{5}$$

$$x=3 \rightarrow y = -\frac{1}{5} \cdot 3^2 = -\frac{9}{5}$$

Pour
TRACER

Si on considère uniquement l'effet de son poids (on néglige en particulier les frottements avec l'air) sa trajectoire est une parabole d'équation : $y = -\frac{1}{5}x^2 + x + 2$

a) À quelle position horizontale x l'objet atteint-il sa hauteur maximale?

$$a = -\frac{1}{5}$$

Le sommet est bien
un maximum.

$$x_{\text{MAX}} = x_{\text{SOMMET}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot (-\frac{1}{5})} = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2} \rightarrow \text{incohérent avec le schéma!!}$$

b) Quelle est la hauteur maximale atteinte?

$$y_{\text{max}} = -\frac{1}{5} \left(\frac{5}{2} \right)^2 + \frac{5}{2} + 2 = -\frac{5}{4} + \frac{5}{2} + 2 = \frac{-5 + 10 + 8}{4} = \frac{13}{4} \approx 3,25$$

c) Quelle est la distance horizontale parcourue par l'objet avant qu'il ne touche le sol ($y = 0$)?

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-\frac{1}{5}) \cdot 2 = 1 + \frac{8}{5} = \frac{13}{5}$$

$$x_1 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{\frac{13}{5}}}{2 \cdot (-\frac{1}{5})} = \frac{5}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}} \right) \approx -1,53$$

$$x_2 = \frac{5}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}} \right) = 6,53 \text{ m} \rightarrow \text{distance parcourue depuis le lancer.}$$

2.3

/4

Les élèves d'une classe de l'Athénée Jacques Brel vont visiter la réserve naturelle du Zwin en Flandre Occidentale. Ils ont à leur charge le coût du transport en bus, qui s'élève à 576 €.

Deux élèves ne pouvant payer, les autres doivent payer 1,20 € de plus que prévu.

Détermine le nombre d'élèves dans la classe.

N : nombre d'élèves dans la classe.

P : Prix par élève.

$$\textcircled{1} N \cdot P = 576$$

$$\textcircled{2} (N-2) \cdot (P+1,2) = 576$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow P = \frac{576}{N}$$

dans $\textcircled{2} \Rightarrow (N-2) \left(\frac{576}{N} + 1,2 \right) = 576$

$$\cdot N \quad \cdot N \quad \cdot N$$

$$(N-2)(576 + 1,2N) = 576N$$

$$576N + 1,2N^2 - 1152 - 2,4N = 576N$$

$$1,2N^2 - 2,4N - 1152 = 0$$

$$\Delta = (-2,4)^2 - 4 \cdot (1,2) \cdot (-1152)$$

$$= \frac{137384}{25} = \left(\frac{372}{5} \right)^2$$

$$N_1 = \frac{2,4 + \frac{372}{5}}{2 \cdot 1,2} = \boxed{32}$$

ou

$$N_2 = \frac{2,4 - \frac{372}{5}}{2 \cdot 1,2} = -30$$

2.4

/Bonus

Détermine les transformations graphiques permettant de passer du graphe de la fonction $f(x) = x^2$ à celui de la fonction $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$.

$$a = -\frac{1}{4} \rightarrow \text{E.V. de } -\frac{1}{4}$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2 \cdot (-\frac{1}{4})} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2 \rightarrow \text{T.H de } -2$$

$$y_s = f(x_s) = f(-2) = -\frac{1}{4}(-2)^2 - (-2) + 3$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot 4 + 2 + 3 = -1 + 5 = 4 \rightarrow \text{T.V de } 4$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 4$$

$$x^2 \xrightarrow{\text{E.V. de } -\frac{1}{4}} -\frac{1}{4}x^2 \xrightarrow{\text{T.H. de } -2} -\frac{1}{4}(x+2)^2 \xrightarrow{\text{T.V. de } 4} -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 4$$