

Nom :

Prénom :

Classe :



I4B : Second degré

/ 20

1 Connaître - Appliquer

/9

1.1

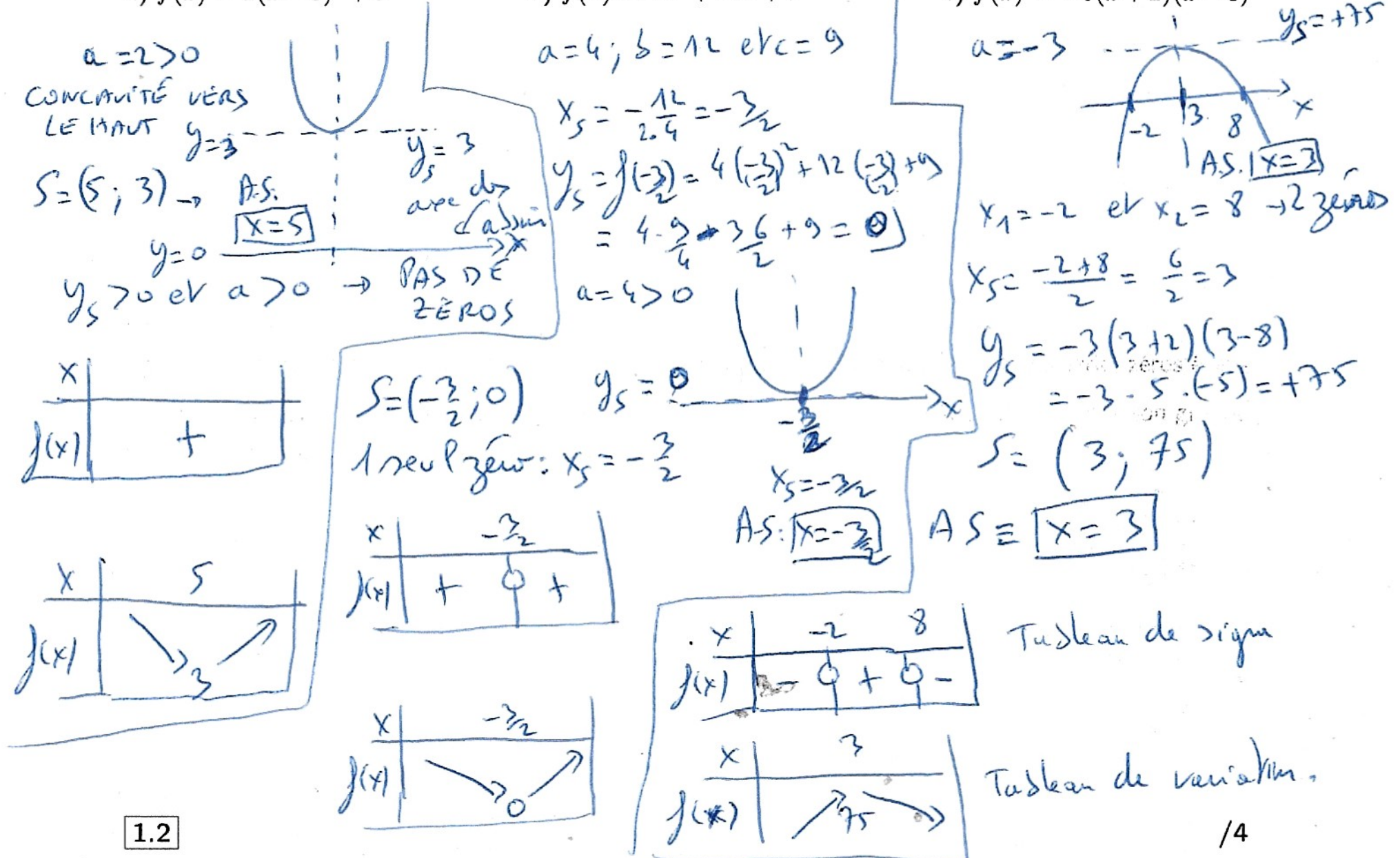
/5

Détermine les caractéristiques (concavité et allure du graphe, sommet, axe de symétrie, zéros éventuels, tableau de signe, tableau de variation) des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2(x-5)^2 + 3$

b) $f(x) = 4x^2 + 12x + 9$

c) $f(x) = -3(x+2)(x-8)$

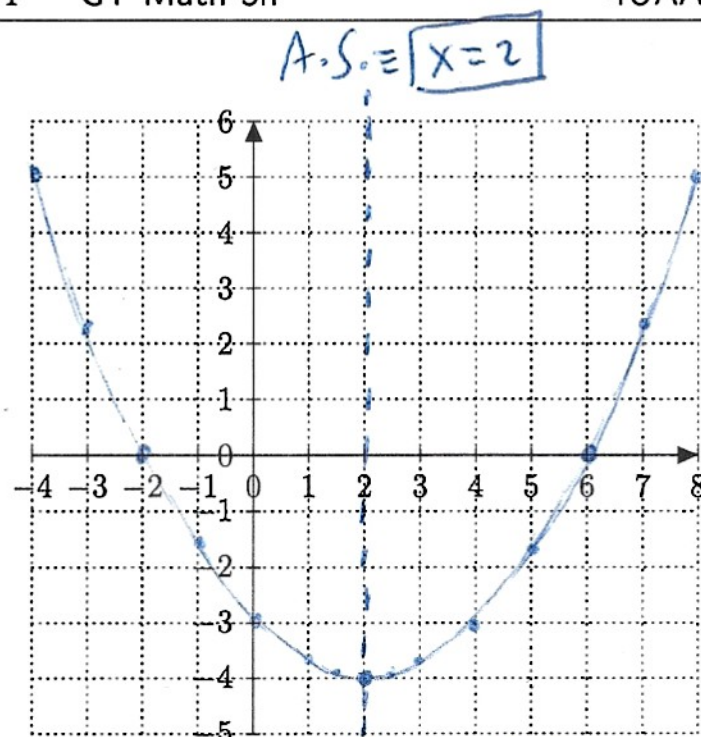
**1.2**

/4

Après avoir déterminer les principales caractéristiques (concavité, sommet, axe de symétrie, zéros éventuels) de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2}{4} - x - 3$, trace le plus précisément possible son graphe sur le quadrillage ci-après.

$$a = \frac{1}{4}; b = -1 \text{ et } c = -3$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \quad \text{et} \quad y_s = f(2) = \frac{2^2}{4} - 2 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$



$a = \frac{1}{4} > 0 \rightarrow$ concavité vers le haut.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-3) = 4 > 0$$

$$x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{4}}{2 \cdot (\frac{1}{4})} = \frac{1+2}{\frac{1}{2}} = 2(1+2) = 6$$

$$x_2 = 2(1-2) = -2$$

En posant $\Delta x = x - x_s$ et $\Delta y = y - y_s$, on a

$$\Delta y = \frac{1}{4} (\Delta x)^2$$

$$\Delta x = 1 \rightarrow \Delta y = \frac{1}{4} \cdot 1^2 = \frac{1}{4}; \Delta x = 2 \rightarrow \Delta y = \frac{1}{4} \cdot 2^2 = 1$$

$$\Delta x = 3 \rightarrow \Delta y = \frac{1}{4} \cdot 3^2 = \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}; \Delta x = 4 \rightarrow \Delta y = \frac{1}{4} \cdot 4^2 = 4; \Delta x = 5 \rightarrow \Delta y = \frac{1}{4} \cdot 5^2 = \frac{25}{4} = 6 + \frac{1}{4}$$

$$\Delta x = 6 \rightarrow \Delta y = \frac{1}{4} \cdot 6^2 = \frac{36}{4} = 9; \Delta x = \frac{1}{2} \rightarrow \Delta y = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

2 Appliquer - Transférer

/11

2.1 Résous les équations suivantes le plus efficacement possible

/4

a) $9(x+1)^2 = 16$

$$(x+1)^2 = \frac{16}{9}$$

$$x+1 = \sqrt{\frac{16}{9}} \text{ ou } x+1 = -\sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$x = -1 + \frac{4}{3} \text{ ou } x = -1 - \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = -\frac{7}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{7}{3}; \frac{1}{3} \right\}$$

b) $3(2x-3)(5-x) = 0$

$$2x-3=0 \text{ ou } 5-x=0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = 5$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2}; 5 \right\}$$

c) $9(x+1)^2 = x+1$

$$9(x+1)^2 - (x+1) = 0$$

$$(x+1)(9(x+1)-1) = 0$$

$$(x+1)(9x+8) = 0$$

$$x = -1 \text{ ou } x = -\frac{8}{9}$$

$$S = \left\{ -1; -\frac{8}{9} \right\}$$

d) $(2x+3)^2 = 9 - 4x^2$

$$(2x+3)^2 = (3-2x)(3+2x)$$

$$(2x+3)^2 - (3-2x)(2x+3) = 0$$

$$(2x+3)(2x+3 - (3-2x)) = 0$$

$$(2x+3)(4x) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ ou } x = 0$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{2}; 0 \right\}$$

OU $(2x+3)^2 = (3-2x)(3+2x)$

Si $3+2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{3}{2}$, on peut diviser chaque membre par $3+2x$.

$$3+2x = 3-2x$$

$$4x = 0$$

$$x = 0$$

Si non, si $x = -\frac{3}{2}$, $0^2 = 6 \cdot 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ VRAI

$$S = \left\{ -\frac{3}{2}; 0 \right\}$$

2.2

/3

Un objet est lancé d'une hauteur de 15 mètres, avec une vitesse horizontale de 10 mètres par seconde et une vitesse verticale vers le haut de 5 mètres par seconde. On suppose que seul son poids agit sur lui après le lancer.

Tu verras dans le cours de physique l'année prochaine que sa trajectoire est une parabole d'équation :

$$y = -\frac{9,81}{2 \cdot 10^2} x^2 + \frac{5}{10} x + 15$$

y est la hauteur de l'objet (sa position verticale) et x est sa position horizontale. Quand l'objet est lancé, sa position horizontale est $x = 0$ mètre, et sa hauteur est $y = 15$ mètre.

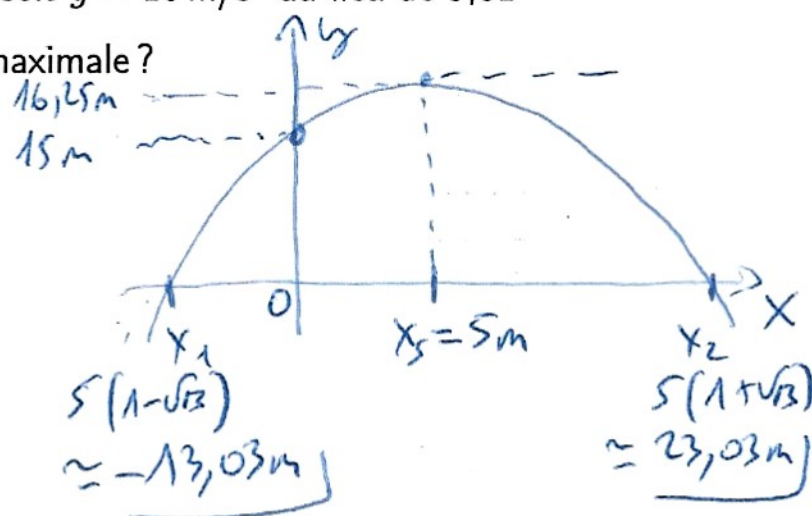
On prendra pour simplifier $y = -0,05x^2 + 0,5x + 15$

soit $g = 10 \text{ m/s}^2$ au lieu de 9,81

a) À quelle position horizontale x l'objet atteint-il sa hauteur maximale ?

$$a = -0,05 ; b = 0,5 \text{ et } c = 15$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{0,5}{2 \cdot (-0,05)} = +\frac{0,5}{0,1} = 5 \text{ m}$$



b) Quelle est la hauteur maximale atteinte ?

$$y_s = -0,05 \cdot 5^2 + 0,5 \cdot 5 + 15$$

$$= \frac{65}{4} = 16,25 \text{ m}$$

c) Quelle est la distance horizontale parcourue par l'objet avant qu'il ne touche le sol ($y = 0$) ?

La distance horizontale parcourue est ~~un~~ zéro de $-0,05x^2 + 0,5x + 15$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (0,5)^2 - 4 \cdot (-0,05) \cdot 15 = \frac{13}{4}$$

$$x_1 = \frac{-0,5 + \sqrt{\frac{13}{4}}}{2 \cdot (-0,05)} = \left(\frac{\sqrt{13}}{2} - 0,5 \right) \cdot (-10) = 5 - \frac{10}{2} \sqrt{13} = 5 - 5\sqrt{13} = 5(1 - \sqrt{13})$$

$$x_2 = 5(1 + \sqrt{13}) \approx 23,03 \text{ m} \leftarrow \text{Distance parcourue depuis son lancer en } (0; 15).$$

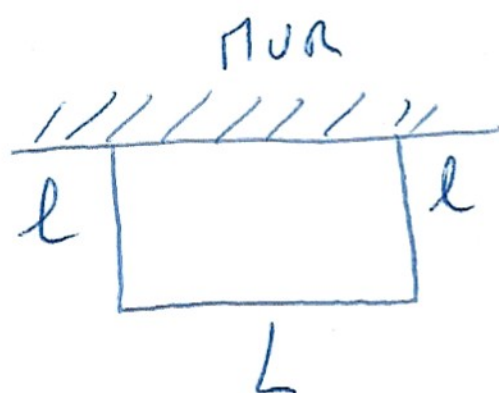
Il touche le sol en $(23,03; 0)$

2.3

/4

Antoine veut construire un enclos rectangulaire. Il dispose de 320 mètres de clôture. Un des 4 côtés de l'enclos est fermé par un mur. Quelle dimension doit-il donner à sa clôture pour qu'elle ait une aire maximale sachant qu'il utilise la totalité de la clôture à sa disposition pour fermer les trois autres côtés ?

2.3

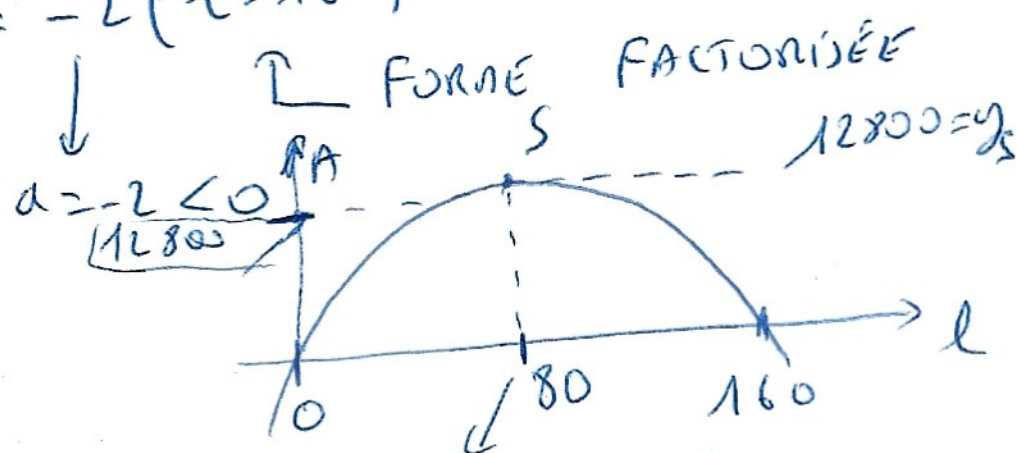


$$2l + L = 320 \quad (1)$$

$$(2) A = L \cdot l \text{ maximum.}$$

$$(1) \Rightarrow L = 320 - 2l$$

dans (2) $A = (320 - 2l)(l) = -2(l - 160) \cdot l$



Du $L = 320 - 2 \cdot 80 = 160 \text{ m}$

Lors A maximum est $A = 160 \cdot 80 = 12800 \text{ m}^2$

$$S = (80; 12800)$$

$$l_s = x_s$$

$$A_s = y_s$$

Aire maximum

• ON AURAIT PU AUSSI DÉVELOPPER

$$A = (320 - 2l) \cdot l = -2l^2 + 320l$$

$$a = -2, b = 320 \text{ et } c = 0$$

$$l_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{320}{2 \cdot (-2)} = \frac{320}{4} = 80 \text{ m}$$

• Si on veut résoudre $-2l^2 + 320l = 0$ il est maladroit d'écrire $\triangle$

En effet $-2l^2 + 320l = 0$ il vaut mieux mettre en évidence l .

$$l = 0 \quad \text{ou} \quad -2l + 320 = 0$$

$$l = \frac{320}{2}$$

$$l = 160$$

(ou x)