

Nom : CORRECTION

Prénom :

Vendredi 30 mai 2025

Interrogation 11 A

/ 20

1 Connaître

/ 8

1.1

/ 4

a) On considère la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 4$ et de raison $r = 3$. Calcule u_{107} .

$$u_{107} = u_1 + (107-1) \cdot r = 4 + 106 \cdot 3 = \underline{322}$$

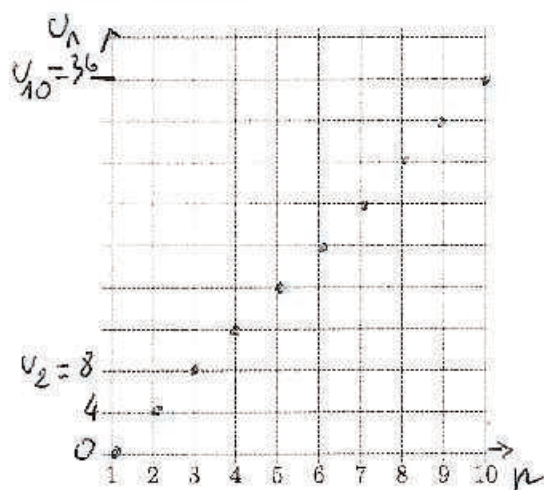
b) On considère la suite arithmétique telle que $u_{15} = 10$ et $u_3 = 52$. Calcule la raison r .

$$u_{15} = u_3 + (15-3) \cdot r \Leftrightarrow 10 = 52 + 12 \cdot r \Leftrightarrow r = \frac{10-52}{12} \Leftrightarrow r = \underline{-35}$$

c)

Représente les dix premiers termes de la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 0$ et de raison 4.

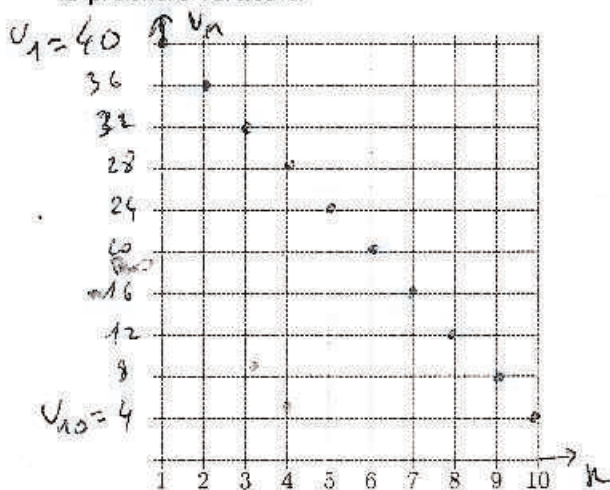
Aide : considère que la hauteur d'un carreau est 4 et représente le premier terme sur la première verticale.



$$u_{10} = u_1 + (10-1) \cdot 4 \\ = 0 + 9 \cdot 4 = 36$$

Représente les dix premiers termes de la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 40$ et de raison -4 .

Aide : considère que la hauteur d'un carreau est 4 et représente le premier terme sur la première verticale.



$$u_{10} = u_1 + (10-1) \cdot (-4) \\ = 40 - 36 = \underline{4}$$

1.2

/4

a) On considère la suite géométrique définie par $u_{15} = 220$ et $q = 1,05$. Calcule u_{112}

$$u_{112} = u_{15} \cdot q^{112-15} = 220 \cdot 1,05^{97} = 24991,06077$$

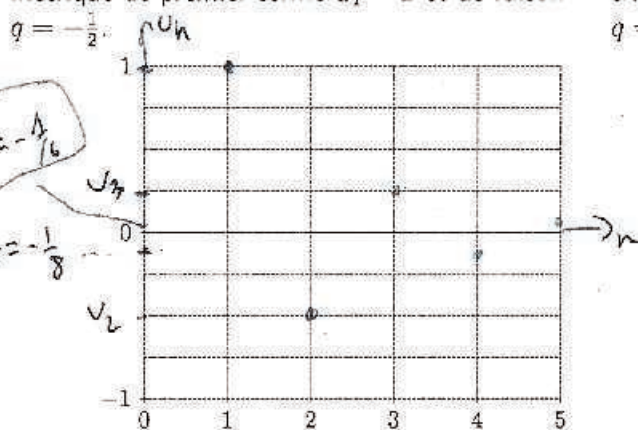
b) Trouve, au millièmè près, la raison $q > 0$ de la suite géométrique définie par $u_{10} = 100$ et $u_{27} = 30000$

$$u_{27} = u_{10} \cdot q^{27-10} \Rightarrow 30000 = 100 \cdot q^{17} \Rightarrow q^{17} = \frac{30000}{100} = 300$$

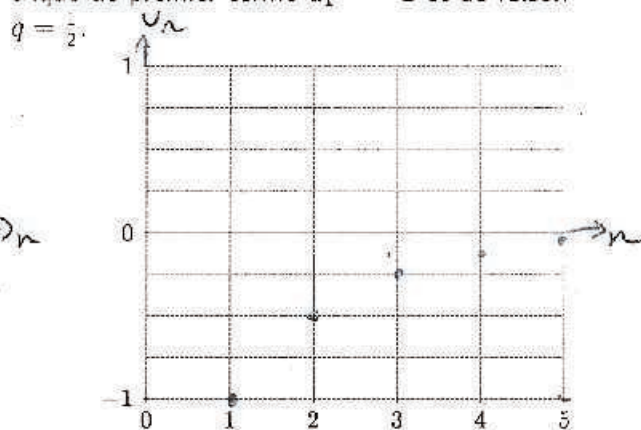
$$\Rightarrow (q^{17})^{\frac{1}{17}} = (300)^{\frac{1}{17}} \Rightarrow q = 1,34866... \Rightarrow q \approx 1,349$$

c)

Dessine les 5 premiers termes de la suite géométrique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $q = -\frac{1}{2}$.



Dessine les 5 premiers termes de la suite géométrique de premier terme $u_1 = -1$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.



2 Appliquer

/5

2.1

Calculer la somme $S = 3 + 5 + 7 + \dots + 73$

$$S = 36 \cdot \frac{3+73}{2} = 1368$$

$$u_N = u_1 + (N-1) \cdot r$$

$$73 = 3 + (N-1) \cdot 2 \Rightarrow N-1 = \frac{73-3}{2} = 35$$

$$\Rightarrow N-1 = \frac{70}{2} \Rightarrow N = 36$$

2.2

a) Calcule la somme $S = 10 + 15 + 22,5 + 33,75 + \dots + 22168,3782$

$$10 \cdot \frac{1 - 1,5^{25}}{1 - 1,5} = 66485,1346$$

3 Transférer

/7

3.1

/3,5

Au mois de janvier 2015, Vincent a économisé 12,50 €. Au mois de février, il a économisé 1,20 € de plus qu'en janvier. Au mois de mars, il a économisé 1,20 € de plus qu'en février. Il économise ainsi,

chaque mois, la somme précédente augmentée de 1,20 €.

On note u_1 l'économie réalisée en janvier, u_2 l'économie réalisée en février, ...

a) Comment noter l'économie réalisée au bout de 2 ans, donc l'économie réalisée au mois de décembre 2016? $\text{janvier 2015} \rightarrow \text{décembre 2015} \rightarrow \text{janvier 2016} \rightarrow \text{décembre 2016}$

b) Calcule u_{12} . Quel mois a-t-il réalisé cette économie?

$$u_{12} = u_1 + (12-1) \cdot r = 12,50 + 11 \cdot 1,20 = 25,70$$

$$\boxed{u_{24}} \\ = 12,50 + 23 \cdot 1,20 \\ = 40,10$$

c) Quelle somme totale Vincent aura-t-il économisée au bout de 2 ans?

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{24} = 24 \cdot \frac{u_1 + u_{24}}{2} = 24 \cdot \frac{12,50 + 40,10}{2} = 631,20$$

3.2

/3,5

De quel capital disposera Jean s'il place 8000 € pendant 5 ans au taux mensuel de 1,20 %? (la capitalisation des intérêts est mensuelle).

$$\begin{aligned} u_1 &= 8000 \text{ €} \\ u_2 &= 8000 + \frac{1,20}{100} \cdot 8000 = 8000 \cdot (1,012) \rightarrow \text{Fin du premier mois} \\ &\vdots \\ u_{60} &= u_{61} = 8000 \cdot (1,012)^{60} = 16365,18 \text{ €} \end{aligned}$$

(Taux annuel équivalent: $(1,012)^{12} - 1 = 0,15389 \approx 15,39\%$)

↓
TRÈS BON TAUX.

3.3

BONUS

Dans une expérience, on observe que des bactéries se développent avec un taux de croissance de 30 % par heure. Quel est le taux de croissance par jour?

$$\begin{aligned} \text{Taux de croissance de } 30\% &\rightarrow \text{raison} = 1 + \frac{30}{100} = 1,3 = q \\ \text{Chaque heure, le nombre de bactéries est multiplié par } 1,3. \\ \text{Au bout d'un jour, il est multiplié par } (1,3)^{24} &= 23,29809 \\ (1,3)^{24} - 1 &= 22,29809 \approx 22,298\% \rightarrow \text{Taux de croissance journalier.} \end{aligned}$$