Les nombres connus en milieu de secondaire

A Les nombres

A.1 Les ensembles de nombres : de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$

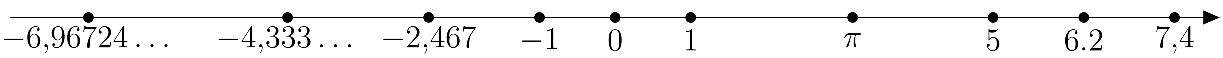
$\boxed{\mathbb{N}} = \{0; 1; 2; 3; 4; ...\}$ est l'ensemble des **entiers naturels**.
Les entiers naturels nous permettent de compter. Quand on additionne deux entiers naturels, on obtient un entier naturel. **Mais** la différence de deux entiers naturels n'est pas forcément un entier naturel. Par exemple « $2 - 3$ » n'est pas un entier naturel.

$\boxed{\mathbb{Z}} = \{...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...\}$ est l'ensemble des **entiers**, c'est à dire l'ensemble des nombres qui peuvent s'interpréter comme **différence de deux éléments de** $\mathbb{N}$.
L'addition et la soustraction sont stables dans $\mathbb{Z}$. **Mais** le quotient de deux entiers n'est pas forcément un entier. Par exemple « $2 \div 3$ », qu'on préfère écrire « $\dfrac{2}{3}$ », n'est pas un entier.

$\boxed{\mathbb{Q}}$ est l'ensemble des nombres **rationnels**, c'est à dire l'ensemble des nombres qui peuvent s'interpréter comme **quotient de deux éléments de** $\mathbb{Z}$.
L'addition, la soustraction, la multiplication et la division sont stables dans $\mathbb{Q}$.
On constate en posant le calcul d'une division de deux entiers, que le développement décimal du résultat (le quotient) sera forcément **périodique**. (voir ressource https://ophysis.net/course/section.php?id=37).
De même, on sait comment écrire un nombre ayant un développement décimal périodique sous la forme d'un quotient de deux entiers.
Autrement dit, $\boxed{\text{un nombre est rationnel si et seulement si son développement décimal est périodique}}$.
Ceci s'écrit aussi : $\boxed{x \in \mathbb{Q} \quad \Leftrightarrow \quad x \text{ a un développement décimal périodique}}$

Mais la mesure de la longueur d'un segment, par exemple, peut conduire à un nombre qui n'a pas forcément un développement périodique !
Un nombre qui a développement décimal qui n'est pas périodique est dit **irrationnel**.
Par exemple, $\sqrt{2}$ et π sont des nombres irrationnels.

$\boxed{\mathbb{R}}$ est appelé l'ensemble des **nombres réels**. $\boxed{\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{\text{irrationnels}\}}$ [1]
Les nombres réels (ou tout simplement « les réels ») sont les nombres correspondant aux **abscisses des points sur une droite graduée**.



$\boxed{\text{À tout nombre réel correspond un point unique sur une droite munie d'un répère (graduée).}}$

$\boxed{\text{Réciproquement, à tout point sur une droite graduée correspond un nombre réel unique.}}$

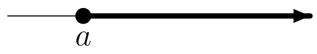
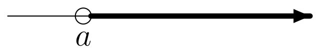
$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}}$. On rappelle que $\boxed{A \subset B}$ se lit « A est inclus dans B » et signifie que tout élément de l'ensemble A est aussi un élément de l'ensemble B. Par exemple, tout entier naturel est aussi un nombre réel.

1. $A \cup B$ se lit « A union B », c'est l'ensemble obtenu en réunissant les éléments de A et les éléments de B. Par exemple, $\{1; 2; 3\} \cup \{2; 3; 4; 5\} = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

cc BY NC ND

A.2 Intervalles de $\mathbb{R}$

On suppose que $\boxed{a \in \mathbb{R}}$[2] et aussi $b \in \mathbb{R}$.
Autrement dit, a et b sont des nombres réels.

Définition ensembliste	Intervalle	Représentation
$\{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$	$[a;+\infty[$	
$\{x \in \mathbb{R} : x > a\}$	$]a;+\infty[$	
$\{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$	$]-\infty;b]$	
$\{x \in \mathbb{R} : x < b\}$	$]-\infty;b[$	
$\{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$	$[a;b]$	
$\{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$	$]a;b]$	
$\{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$	$[a;b[$	
$\{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$	$]a;b[$	

Exercice : Donne la représentation graphique et la définition ensembliste de l'intervalle $]-\infty;4[$.

2. $a \in \mathbb{R}$ se lit « a appartient à $\mathbb{R}$ ». Le terme à gauche du symbole d'appartenance $\in$ est appelé « **élément** ». Le terme situé à droite de $\in$ est appelé « **ensemble** ».

BY NC ND