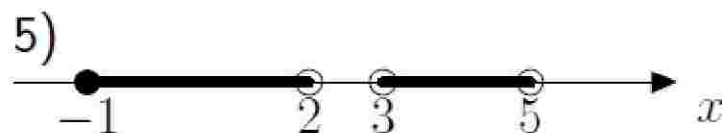


1 Pour chaque intervalle de $\mathbb{R}$, donne deux autres représentations

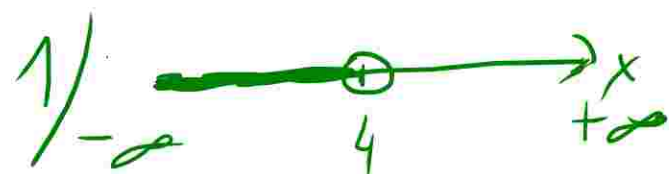
1) $\{x \in \mathbb{R} : x < 4\}$

4) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -3\}$

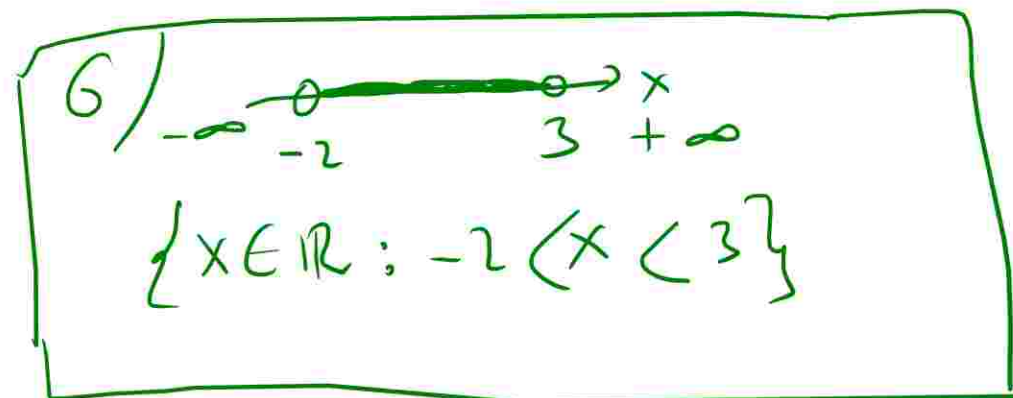


3) $[-2; +\infty[$

6) $] -2; 3[$



$] -\infty; 4[$

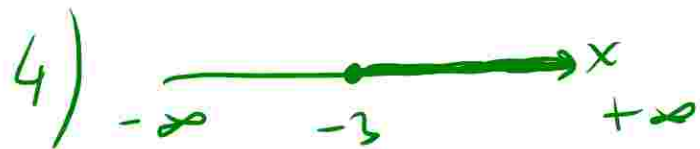


2/ $[-1; 2[$

$\{x \in \mathbb{R} : \underbrace{-1 \leq x \text{ ET } x < 2}_{-1 \leq x < 2}\}$



$\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x\}$



$[-3; +\infty[$

5/ $[-1; 2[\cup] 3; 5[$

$\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 2 \cup 3 < x < 5\}$

2 Les graphes suivants définissent-ils des fonctions ?

si oui : donne le domaine de définition

si non : justifie

$$G_1 = \{(2; -3); (5; -3); (8; 2)\}$$

$$G_f = \{(x; 2x + 3) : x \in \mathbb{R}\}$$

$$G_h = \{(x^2; x) : x \in \mathbb{R}\}$$

$$G_2 = \{(2; -3); (5; -3); (2; 8)\}$$

$$G_g = \{(x; \sqrt{x}) : x \geq 0\}$$

$$G_i = \{(x^2; x) : x \geq 0\}$$

• G_1 : oui, $\text{dom } j = \{2; 5; 8\}$ ($\text{im } j = \{-3; 2\}$) $j(2) = -3; j(5) = -3$
 $= G_j$ $j(8) = 2$

• $G_2 = G_k$: non car $k(2) = -3$ et $k(2) = 8$ IMPOSSIBLE!

• G_f : oui $f(x) = 2x + 3$ $\text{dom } f = \mathbb{R}$

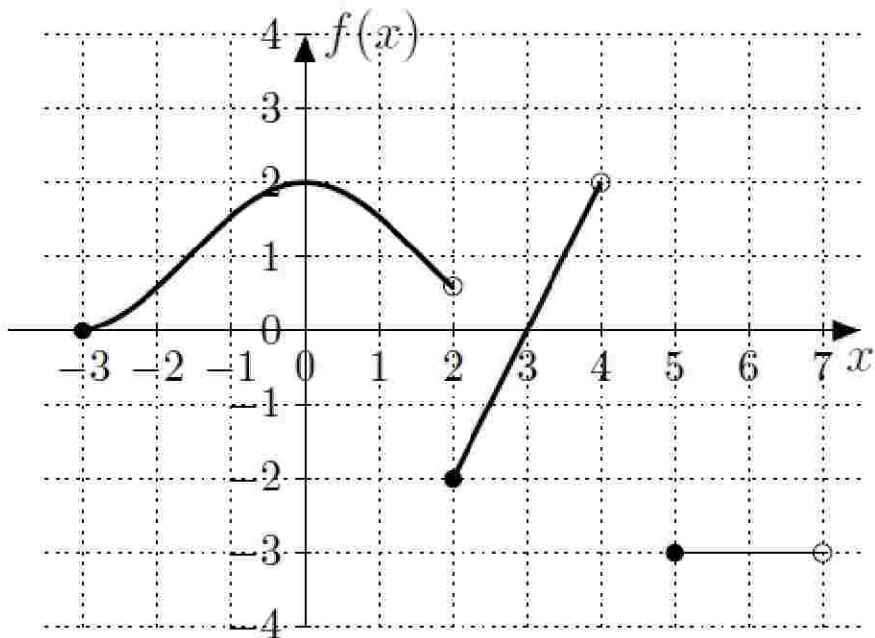
• G_g : oui $g(x) = \sqrt{x}$ $\text{dom } g = \mathbb{R}^+ = [0; +\infty[$

• G_h : non car $(4; 2) \in G_h$ et $(4; -2) \in G_h$ } IMPOSSIBLE!
 $(h(4) = 2)$ $h(4) = -2$

• G_i : oui $\text{dom } i = \mathbb{R}^+ = [0; +\infty[$

Remarque : $i = g$

3 Ci-dessous le graphe d'une fonction f .



a) Donne le domaine de définition de f .

$$\text{dom } f = [-3; 2[\cup [2; 4[\cup [5; 7[= [-3; 4[\cup [5; 7[$$

b) Donne l'ensemble image de f .

$$\text{im } f = \{-3\} \cup [-2; 2]$$

c) Complète :

$$f(2) = -2 \quad f(5) = -3 \quad f(\dots) = -3$$

d) f est strict. $\nearrow$ sur $[-3; 0]$ car $\forall x_1, x_2 \in [-3; 0], x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

e) f est constante sur $[5; 7[$ car $\forall x \in [5; 7[, f(x) = -3$

f) f admet un minimum en $x = 2$ car $\forall x \in]1; 3[, f(x) \geq f(2)$. Ce minimum vaut $f(2) = -2$

OU, PLUS PRÉCISEMENT :

$$\forall x \in \text{dom } f, x \in]1; 3[\Rightarrow f(x) \geq f(2)$$

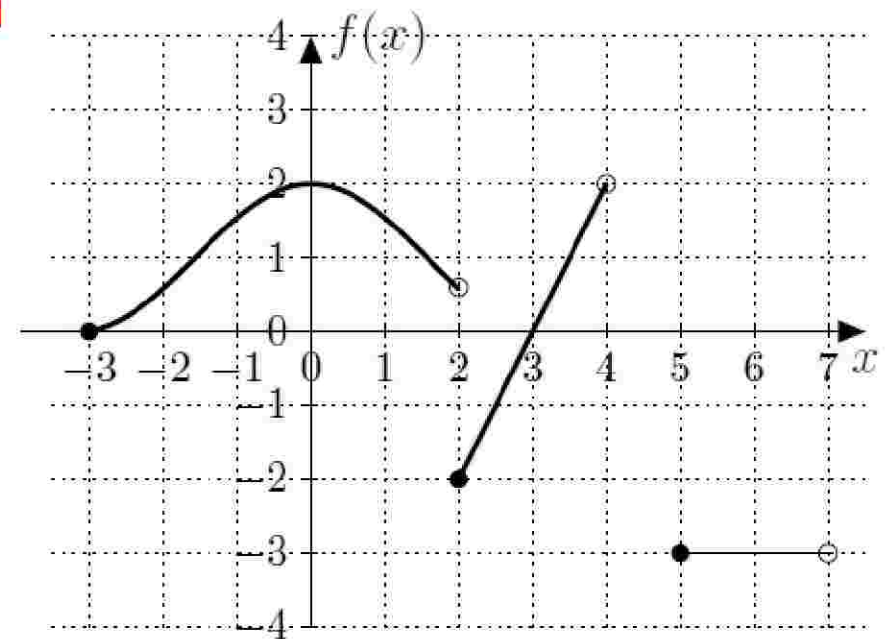
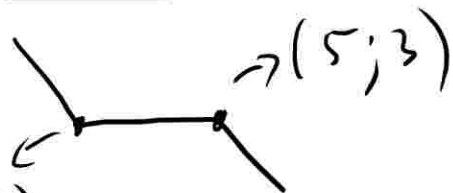
↳ SURTOUT UTILE SI DES VALEURS de x dans $]1; 3[$ N'ONT PAS D'IMAGE (NE SONT PAS DANS LE DOMAINE de f)

- g) f admet un maximum absolu en $x = 0$ car $\forall x \in \text{dom} f, f(x) \leq f(0)$. Ce maximum absolu vaut $\dots f(0) = 2$
- h) 0 est un minimum en $x = -3$ car $\forall x \in \text{dom} f, x \in]-4; -2[\Rightarrow f(x) > f(-3)$ or $f(-3) = 0$
- i) -3 est un minimum absolu car $\forall x \in \text{dom} f, f(x) \geq -3$ ET $\dots f(5) = -3$

$\hookrightarrow$ en $x=5; x=6; x=5,1; \dots$ Pour tout $x \in [5; 7[$, $f(x) = -3$

Le minimum $\rightarrow$ est atteint en tout x tel que $x \in [5; 7[$

DÉPASSEMENT:



$(2; 3)$

3 est un minimum (local) en x tel que $x \in [2; 5[$

3 est un maximum (local) en x tel que $x \in]2; 5]$

En effet, par exemple $\forall x \in \text{dom} f, x \in]2; 5[\Rightarrow f(x) \leq \underbrace{f(4)}_{\text{max en } x=4}$

4 Complète les pointillés le plus précisément possible en langage mathématique

Par définition, f est paire $\Leftrightarrow \dots$

Ainsi, f n'est pas paire $\Leftrightarrow \dots$

Par définition, f est impaire $\Leftrightarrow \dots$

Ainsi, f n'est pas impaire $\Leftrightarrow \dots$

f est paire $\Leftrightarrow \forall x \in \text{dom } f, -x \in \text{dom } f \text{ ET } f(-x) = f(x)$

f n'est pas paire $\Leftrightarrow \exists x \in \text{dom } f, -x \notin \text{dom } f \text{ OU } f(-x) \neq f(x)$

f est impaire $\Leftrightarrow \forall x \in \text{dom } f, -x \in \text{dom } f \text{ ET } f(-x) = -f(x)$

f n'est pas impaire $\Leftrightarrow \exists x \in \text{dom } f, -x \notin \text{dom } f \text{ OU } f(-x) \neq -f(x)$

Montre que la fonction f définie par $f(x) = 2x^5 - 3x^3 + x$ est impaire.

$\text{dom } f = \mathbb{R}$ et donc $\forall x \in \text{dom } f, -x \in \text{dom } f$ ($\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$)

De plus $\forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = 2(-x)^5 - 3(-x)^3 + (-x) = 2(-x^5) - 3(-x^3) - x = -2x^5 + 3x^3 - x = -f(x)$

ON A DONC BIEN $\forall x \in \text{dom } f, -x \in \text{dom } f \text{ ET } f(-x) = -f(x)$