Catégorie : Secondaire

Cours : Géométrie dans le plan

Section : Figures de bases

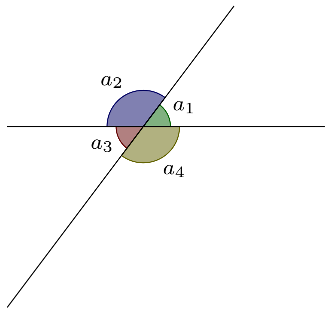
Géométrie dans le plan
Ophysis.net
Figures de base

Dans la section précédente, nous avons introduit les notions fondamentales de droites, plans, d'angles, de droites parallèles ainsi que les outils de construction de la géométrie plane : la règle et le compas. Nous allons maintenant donner des configurations géométriques à bien connaître avant d'introduire la notion très importante de **vecteur**.

1 Angles

1.1 Angles opposés par le sommet et droites perpendiculaires

Deux droites **sécantes** (ayant un seul point en commun) partagent le plan qu'elles définissent en 4 angles égaux deux à deux.
En effet,
$a_1 + a_2 = 180°$ donc $a_1 = 180 - a_2$.
$a_2 + a_3 = 180°$ donc $a_3 = 180 - a_2$.
Ainsi, $\boxed{a_1 = a_3}$ et de même, $\boxed{a_2 = a_4}$



Deux droites sont **perpendiculaires** quand elles sont sécantes et qu'elles partagent le plan qu'elles définissent en 4 angles égaux.

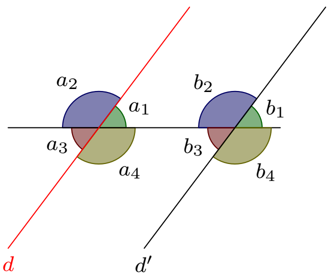
1.2 Angles formés par deux droites parallèles coupées par une sécante

Considérons la figure ci-dessous.

On a $a_1 = a_3$ (angles opposés par le sommet) et de même $a_2 = a_4$, $b_1 = b_3$, $b_2 = b_4$.

On a aussi $\boxed{a_1 = b_1 \Leftrightarrow d \parallel d'}$ (angles correspondants égaux). (et aussi $a_2 = b_2 \Leftrightarrow d \parallel d'$)

Par exemple :
a_3 et b_3 sont angles correspondants.
a_1 et b_3 sont des angles alternes-internes.
a_3 et b_1 sont des angles alternes-externes.
« alternes » : de part et d'autre de la sécante
« internes » : entre les parallèles
« externes » : non situés entre les parallèles



On retiendra que :

$\boxed{d \parallel d' \Leftrightarrow \text{angles correspondants égaux}}$

$\boxed{d \parallel d' \Leftrightarrow \text{angles alternes-internes égaux}}$

$\boxed{d \parallel d' \Leftrightarrow \text{angles alternes-externes égaux}}$

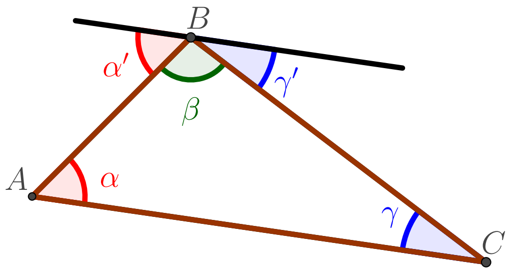
$\boxed{\text{Deux droites ont la } \textbf{même direction} \text{ si et seulement si elles sont parallèles}}$

2 Triangles

2.1 Somme des angles d'un triangle

La somme des trois angles d'un triangle est toujours égale à 180 ° (angle plat).

Pour le vérifier, il suffit de tracer une droite passant par un des trois sommets du triangle et parallèle au côté opposé.
$\alpha' = \alpha$ car alternes-internes (sécante : droite AB).
$\gamma' = \gamma$ car alternes-internes (sécante : droite BC).
Puisque $\alpha' + \beta + \gamma' = 180$,
on a aussi $\boxed{\alpha + \beta + \gamma = 180}$.



La mesure $\left|\widehat{ABC}\right|$ de l'angle $\widehat{ABC}$ de sommet B est noté β sur le dessin.

2.2 Cas d'isométrie des triangles

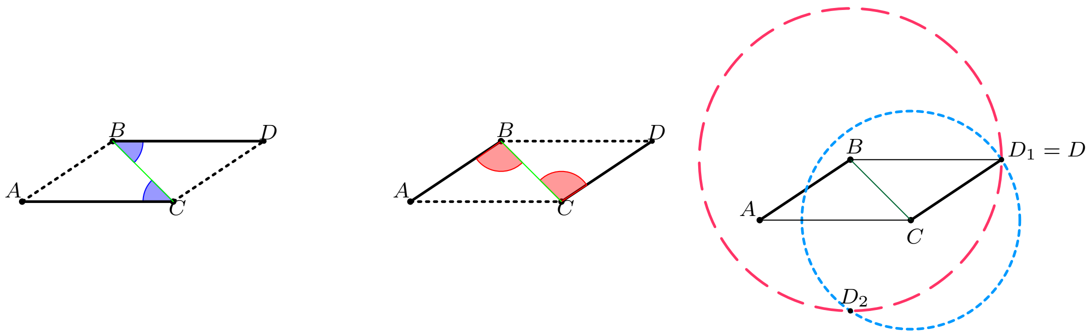
isométrie signifie « même mesure »
Deux triangles sont isométriques dès que l'une des trois propriétés ci-dessous est vérifiée (les deux autres le seront alors automatiquement, bien sûr...).

1. Deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés ont même mesure. C-A-C
2. Trois côtés de même mesure. C-C-C
3. Deux angles et un côté ont même mesure. A-C-A

Pour s'en persuader, il suffit de se rendre compte que dans chacun de ces trois cas, les informations données sont suffisantes pour dessiner le triangle et que deux triangles construits de cette façon sont nécessairement superposables.

3 Parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère ayant ses côtés parallèles deux à deux.



$$ABDC \text{ parallélogramme} \Leftrightarrow \begin{cases} |AB| = |CD| \\ |AC| = |BD| \\ \text{Sommets de part et d'autre des diagonales (sinon quadrilatère croisé)} \end{cases}$$

En effet, les deux figures de gauches permettent de déduire que les triangles $\triangle\, BAC$ et $\triangle\, CDB$ sont isométriques (A-C-A). Réciproquement, on utilise C-C-C. Connaissant A, B et C, on peut construire le point D à l'aide d'un compas. Cela permet de tracer facilement la parallèle à AB passant par C.